ВОПРОСЫ К КАНДИДАТСКОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО ЛОГИКЕ

Экзамен принимается в соответствии с требованиями Программы кандидатского минимума по логике. Соискатель должен ответить на два теоретических вопроса, решить задачу, а также сделать краткое сообщение о результатах, полученных в ходе работы над диссертацией.

Теоретические вопросы

1. Теорема дедукции для классического исчисления предикатов.

2. Теорема о семантической полноте исчисления предикатов.

3. Теорема об эквивалентной замене в классическом исчислении предикатов.

4. Предваренные и сколемовские нормальные формы. Теорема о существовании сколемовской нормальной формы для любой формулы языка логики предикатов.

5. Частные случаи решения проблемы разрешения в классическом исчислении предикатов. Теорема о разрешимости относительно общезначимости в конечных областях. Теорема о разрешимости одноместного исчисления предикатов.

6. Понятия явной и неявной определимости терминов в составе теории. Теорема Бета.

7. Интерполяционная теорема Крейга для классического исчисления предикатов.

8. Исчисление предикатов второго порядка.

9. Современные реконструкции силлогистических теорий. Силлогистика и исчисление предикатов.

10. Нормальные модальные исчисления, их непротиворечивость и полнота относительно реляционных семантик возможных миров.

11. Окрестностные семантики и соответствующие им модальные исчисления. Доказательство их адекватности.

12. Логический анализ овремененных высказываний. Логики времени. Проблема взаимосвязи алетических и временных модальностей.

13. Интуиционистская логика: её философские основания, семантика, связь с модальной системой **S4**.

14. Парадоксы следования и импликации, их источники. Понятие релевантного следования для формул классической логики высказываний.

15. Аксиоматический и натуральный варианты системы **E**. Доказательство их эквивалентности.

16. Методологические приложения релевантной логики: понятие закона науки, научного объяснения, контрфактического высказывания, диспозиционного предиката.

17. Методы семантического анализа выражений естественного языка. Антиномии отношения именования. Экстенсиональные и интенсиональные контексты.

18. Логические и семантические парадоксы: причины их возникновения и возможные подходы к решению.

19. Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Философский смысл ограничитеьных теорем.

Типы задач

1. Построение выводов и доказательств в классическом натуральном исчислении высказываний и предикатов:
   (a) в субординатном исчислении с ограниченными переменными;
   (b) в исчислении с зависимостями и непрмым правилом $\exists$.

2. Построение выводов и доказательств в классическом секвенциальном исчислении предикатов.

3. Проверка общезначимости формул в классической, интуиционистской логике и в модальной системе **S4** методом аналитических таблиц.

4. Приведение формул языка логики предикатов к сколемовской нормальной форме.

5. Построение выводов и доказательств в натуральном исчислении **E**.

Экзаменационные задачи

1. Доказать формулу в натуральном субординатном исчислении предикатов с равенством (исчисление с ограниченными переменными):
   (a) $\forall x\ (\exists y\ (x = y\ \&\ P(y)) \supset P(x))$
   (b) $\exists x\ (P(x)\ \&\ \neg Q(x)) \equiv \exists x\ (P(x)\ \&\ \forall y\ (Q(y) \supset \neg x = y))$
   (c) $\exists x\ \exists y\ \neg x = y \supset \forall x\ \exists y\ \neg x = y$

2. Доказать формулу в натуральном исчислении предикатов с зависимостями и непрямым правилом удаления квантора $\exists$:
   (a) $\forall x\ (P(y) \vee Q(x)) \supset (P(y) \vee \forall x\ Q(x))$
   (b) $(\exists x \neg P(x) \vee \exists x\ Q(x)) \supset \exists x\ (P(x) \supset Q(x))$
   (c) $\forall x\ A(x) \supset \forall y\ A(y)$

3. Проверить методом аналитических таблиц общезначимость формулы:
   (a) $\neg(\neg p\ \&\ \neg q) \equiv (p \vee q)$ – в классической и интуиционистской логике
   (b) $(p \supset q) \supset (\Diamond p \supset \Diamond q)$ – в модальной системе **S4**

4. Осуществить приведение формулы к сколемовской нормальной форме:
   (a) $\forall z\ (\forall x\ P(x, y) \supset Q(z, y))$

5. Доказать формулу в натуральном исчислении **E**:
   (a) $(\neg A \to A) \to ((A \to A) \to A)$
   (b) $((A \to B)\ \&\ (C \to C)) \to ((A\ \&\ C) \to (B\ \&\ C))$

6. Доказать формулу в натуральных исчислениях с различными правилами удаления дизъюнкции:
   (a) $((p \vee q)\ \&\ (r \vee p)) \supset (p \vee (q\ \&\ r))$

7. Осуществить в исчислении предикатов первого порядка подстановку вместо $P(x, y)$ формулы $\forall x\ Q(x) \supset Q(y)$ в формулу $P(x, z) \supset \exists y\ P(y, x)$ и проврить, правильна ли она.

8. Проверить, правилен ли вывод в исчислении предикатов второго порядка:

$$\forall P^2\ (P^2(x, z) \supset \exists P^2(y, x)) \vdash (\forall x\ Q(x) \supset Q(z)) \supset (\forall x\ Q(x) \supset Q(x))$$