

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА
ФИЛОСОФСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ЛОГИКИ

**Планы семинарских занятий по логике
для студентов отделения философии**

(1 курс, 2 семестр)

2025-2026 учебный год

Тема V. Классическая логика предикатов

Занятие 1

1. Свободные и связанные переменные.
2. Понятие правильной подстановки терма вместо переменной в формулу.
3. Семантика языка логики предикатов: интерпретация исходных символов, правила приписывания значений термам и формулам.

УПРАЖНЕНИЯ:

1. Определить, какие переменные являются свободными и какие связанными в следующих формулах:
 - а) $\forall xP((x, y) \supset \exists yQ(y, z, x))$,
 - б) $\exists x(\forall yQ(y) \supset R(x, y)) \vee (\forall zQ(z) \vee R(z, x))$.
2. Определить, подстановки каких термов вместо переменных x и y в формулу

$$(\forall xQ(y, x) \vee \exists zR(x, y, z)) \supset \forall yQ(y, x)$$

являются правильными:

- а) $f(x, y)$, б) $f(x, z)$, в) $f(y, z)$, г) $f(x, a)$, д) $f(y, b)$, е) $f(a, b)$.
3. Пусть значениями констант a , b и c будут, соответственно, числа 1, 2, 3. Пусть предметно-функциональной константе f сопоставлена операция возведения в квадрат, а константе h – операция сложения. Пусть предикаторной константе P приписано множество четных чисел, а константе Q – множество таких пар чисел, первое из которых больше второго. Определите при этих условиях значения следующих термов и формул на множестве натуральных чисел:
 - а) $h(a, b)$, б) $f(c)$, в) $f(h(b, c))$, г) $h(f(b), h(a, c))$,
 - д) $P(h(a, b))$, е) $Q(f(b), h(a, a))$,
 - ж) $P(c) \vee \neg P(f(c))$, з) $\exists x(P(x) \& Q(x, f(x)))$,

- и) $\forall x(P(f(x)) \supset P(x))$, к) $\exists x\exists yQ(c, h(x, y))$,
л) $\forall xQ(h(x, a), a)$, м) $\forall x(P(x) \supset \neg P(h(x, a)))$.

Литература

1. Бочаров В. А., Маркин В. И. Основы логики. М., 1994, С. 83–84, 130, 86–97 (2000, С. 90–91, 141–142, 93–105).
2. Войшвилло Е. К. Символическая логика: классическая и релевантная. С. 16–22, 27–28.

Занятие 2

1. Общезначимые и выполнимые формулы в логике предикатов.
2. Логические отношения между формулами.
3. Метод аналитических таблиц в логике предикатов.

Упражнения

1. Продемонстрируйте выполнимость следующих формул, подбрав модели, в которых они принимают значение “истина”:
а) $\exists x(P(x, a) \& P(x, b))$, б) $\forall x\forall y(R(x, y) \supset R(y, x))$.
2. Продемонстрируйте опровержимость следующих формул, подбрав модели, в которых они принимают значение “ложь”:
а) $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \supset (\forall xP(x) \vee \forall xQ(x))$,
б) $\forall x\exists yR(x, y) \supset \exists y\forall xR(x, y)$.
3. Покажите совместимость по истинности следующих высказываний:
У всякого человека есть брат или сестра. У некоторых людей есть брат, но нет сестры.
4. Покажите совместимость по ложности следующих высказываний:

Каждый человек является экстравертом или интровертом. Нет людей, которые одновременно были бы экстравертами и интровертами.

5. Используя метод аналитических таблиц покажите

○ общезначимость формул:

- $(\exists xP(x) \vee \exists xQ(x)) \supset \exists x(P(x) \vee Q(x))$,
- $\exists x\forall yR(x, y) \supset \neg\exists y\forall x\neg R(x, y)$,
- $\exists x(\exists yP(y) \supset P(x))$,

○ невыполнимость формулы:

- $\forall x(P(x) \& \neg yP(y))$,

○ наличие логического следования:

- $\forall x(P(x) \supset Q(x)), \exists x\neg Q(x) \models \exists x\neg P(x)$,

○ несовместимость по истинности формул:

- $\forall x\forall y(R(x, y) \supset \neg R(y, x))$ и $\neg\exists x\exists y(R(y, x) \supset \neg R(x, y))$,

○ несовместимость по ложности формул:

- $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ и $\exists x(\neg P(x) \& \neg Q(x))$.

6. Обосновать аналитико-табличным методом правильность умозаключений:

а) Неверно, что всякий богатый человек счастлив. Следовательно, некоторые богатые люди несчастливы.

б) Тэтчер популярнее любого британского писателя. Тэтчер – британский политик, а Рушди – британский писатель. Следовательно, некоторые британские политики популярнее Рушди.

в) Всякий штангист сильнее любого фигуриста. Иван не сильнее Петра. Следовательно, Иван не штангист, или же Петр не фигурист.

Литература

1. Бочаров В. А., Маркин В. И. Основы логики. М., 1994, С. 97–114 (2000, С. 105–124).
2. Войшвилло Е. К. Символическая логика: классическая и релевантная. С. 23–27.

Занятие 3

1. Натуральное исчисление предикатов. Правила введения и удаления кванторов. Понятия вывода и доказательства.
2. Анализ рассуждений средствами натурального исчисления предикатов.

Упражнения

1. Определите, правильно ли применены кванторные правила:
 - а) $\exists xP(x, y) \vdash P(y, y)$, б) $P(y, y) \vdash \exists xP(x, y)$,
 - в) $\forall x\exists yP(x, y) \vdash \exists yP(y, y)$.
2. Доказать в натуральном исчислении предикатов теоремы:
 - а) $\forall x(Q(y) \supset R(x, y)) \supset (Q(y) \supset \forall xR(x, y))$,
 - б) $\exists xR(x, x) \supset \exists x\exists yR(x, y)$,
 - в) $\exists x(P(x) \supset \forall yP(y))$,
 - г) $\forall x\forall yR(x, y) \supset \forall y\forall xR(x, y)$,
 - д) $\exists xP(x) \equiv \neg\forall\neg P(x)$,
 - е) $\forall xP(x) \equiv \neg\exists\neg P(x)$,
 - ж) $\forall x(P(x) \& Q(x)) \equiv (\forall xP(x) \& \forall xQ(x))$,
 - з) $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \equiv (\exists xP(x) \vee \exists xQ(x))$.
3. Обосновать правильность рассуждений средствами натурального исчисления предикатов:
 - а) Все дешевое невкусно. Следовательно, все вкусное недешево.
 - б) Неверно, что кто-то умнее всех. Значит, каждый не умнее кого-нибудь.

в) Все кошки знают французский язык. Некоторые цыплята – кошки. Следовательно, некоторые цыплята знают французский язык.

Литература

1. Бочаров В. А., Маркин В. И. Основы логики. М., 1994: 129–137 (2000: 140–149).
2. Войшвилло Е. К. Символическая логика: классическая и релевантная. С. 80–85.

Тема VI. Силлогистика

Занятие 1

1. Семантика традиционной силлогистики. Условия истинности и ложности категорических высказываний.
2. Логические отношения между категорическими высказываниями.

Упражнения

1. Установить, при каких объемных отношениях между S и P высказывания следующих форм истинны, а при каких ложны:
 - а) Все S и только S суть не- P ,
 - б) Лишь некоторые S суть P ,
 - в) Некоторые не- S не суть не- P .
2. Определить, в каких логических отношениях находятся высказывания:
 - а) Ни один студент нашей группы не является отличником. Всякий студент нашей группы – отличник.
 - б) Некоторые спортсмены не являются олимпийскими чемпионами. Некоторые спортсмены являются олимпийскими чемпионами.
 - в) Всякая тождественно-ложная формула является невыполнимой. Никакая выполнимая формула не является тождественно-ложной.
 - г) Все квадраты – ромбы. Некоторые ромбы не являются квадратами.

Литература

1. Бочаров В. А., Маркин В. И. Основы логики. М., 1994: 138–149 (2000: 150–162).

Занятие 2

1. Выводы по логическому квадрату.
2. Обращение, превращение, противопоставление субъекту и предикату.

Упражнения

1. Осуществить все возможные выводы по логическому квадрату из следующих высказываний:
 - а) Ни один инертный газ не соединяется с кислородом.
 - б) Неверно, что некоторые сдобные булочки не являются вкусными.
2. Осуществить обращение, превращение и противопоставление предикату и субъекту:
 - а) Всякая освободительная война является справедливой.
 - б) Некоторые общие суждения содержат распределенный предикат.
 - в) Ни одно религиозное учение не является научным.
 - г) Некоторые психические явления не являются рациональными.
3. Выявить логическую форму умозаключения и проверить его:
 - а) Неверно, что все птицы летают. Следовательно, некоторые птицы летают.
 - б) Некоторые жидкости проводят электрический ток, поскольку неверно, что никакая жидкость не проводит электрического тока.
 - в) Некоторые космонавты не являются мужчинами, так как некоторые мужчины не космонавты.
 - г) Всякое существо, обладающее членораздельной речью, разумно. Поэтому некоторые разумные существа не относятся к таким, которые не обладают членораздельной речью.

Литература

1. Бочаров В. А., Маркин В. И. Основы логики. М., 1994: 149–152, 161–163 (2000: 162–166, 175–177).

Занятие 3

1. Простой категорический силлогизм, его состав, фигуры и модусы.
2. Общие правила силлогизма.
3. Свойства правильных модусов различных фигур силлогизма
4. Проверка силлогизмов с помощью круговых диаграмм.

Упражнения

1. Определить состав, фигуру, модус силлогизма и проверить его:

а) Все металлы – кристаллические вещества, поскольку ни одно кристаллическое вещество не является аморфным, и ни один металл не аморфен.

б) Некоторые учащиеся являются троечниками. Все студенты – учащиеся. Следовательно, некоторые студенты – троечники.

в) Все пацифисты являются сторонниками запрещения ядерного оружия, и каждый из них – противник насилия. Следовательно, всякий противник насилия выступает за запрещение ядерного оружия.

г) Все великие писатели так или иначе обращались к теме любви, и большинство русских писателей обращались к этой теме. Следовательно, некоторые русские писатели великие.

д) Многие американские фильмы сентиментальны, и в большинстве американских фильмов счастливый конец. Значит, некоторые сентиментальные фильмы имеют счастливый конец.

е) Каждый учебник – полезная книга, так как он несет информацию, а всякая полезная книга несет информацию.

ж) Многие разрешимые задачи кажутся сначала неразрешимыми. Все разрешимые задачи рано или поздно решаются. Поэтому большинство кажущихся сначала неразрешимыми задач рано или поздно решаются.

з) В гестапо все знали, что Штирлиц назначает встречи своим агентам в музее природоведения. Все знавшие об этом считали, что Штирлиц работает на Шеленберга, Следовательно, некоторые из тех, кто так считал, не были сотрудниками гестапо.

и) Всякая кошка любит мышек. А все мышки любят сыр. Значит, каждая кошка любит сыр.

к) Грамматика полезна. Морфология – часть грамматики. Поэтому морфология полезна.

2. Доказать наличие следующих свойств у правильных модусов фигур:

а) В правильных модусах 1-й фигуры меньшая посылка – утвердительное высказывание.

б) В правильных модусах 2-й фигуры одна из посылок – отрицательное высказывание.

в) В правильных модусах 3-й фигуры заключение – частное высказывание.

3. Осуществите, если это возможно, правильный вывод из следующих посылок по одной из фигур силлогизма:

а) Некоторые орденоносцы не являются военными. Все артиллеристы – военные.

б) Все ученые занимаются умственным трудом. Некоторые ученые не являются городскими жителями.

в) Некоторые верующие не имеют высшего образования. Все католики – верующие.

4. Используя круговые диаграммы, покажите, что следующие силлогизмы являются неправильными:

а) модус AOO 1-й фигуры,

б) модус AII 2-й фигуры,

- в) модус ЕАЕ 3-й фигуры,
- г) модус IEO 4-й фигуры.

Литература

1. Бочаров В. А., Маркин В. И. Основы логики. М., 1994: 152–158 (2000: 166–172).

Занятие 4

1. Энтимема.
2. Обоснование силлогистических выводов в натуральном исчислении предикатов.

Упражнения

1. Определить, корректны ли следующие энтимемы:
 - а) Некоторые водные животные не являются рыбами, поскольку эти животные теплокровные.
 - б) Признаком горения является наличие пламени, поэтому окисление не есть горение.
 - в) Всякий металл электропроводен, поэтому медь – металл.
2. Обоснуйте силлогистические выводы в натуральном исчислении предикатов:
 - а) Некоторые кормовые культуры являются многолетними растениями. Следовательно, неверно, что ни одна кормовая культура не является многолетней.
 - б) Ни одно частноотрицательное высказывание не обращается. Поэтому любое высказывание, которое подвергается обращению, не является частноотрицательным.
 - в) Всем победителям олимпиады были вручены грамоты. Никто из числа награжденных не учится в нашей группе. Следовательно, ни один член нашей группы не стал победителем олимпиады.

г) Ни одна сказка не имеет печального конца. Некоторые произведения детской литературы написаны в жанре сказки. Значит, некоторые произведения детской литературы не имеют печального конца.

Литература

1. Бочаров В. А., Маркин В. И. Основы логики. М., 1994: 163–168 (2000: 178–183).